Расслабляющий листок

Перечисления

1. Сколькими способами класс из 25 человек можно разделить на 2 непустые не обязательно равные группы?

2. Сколько существует семизначных чисел, у которых цифры слева направо идут

(а) в порядке убывания?

(б) в порядке возрастания?

3. В ожесточенном бою более 70 из 100 пиратов потеряли один глаз, более 75 — одно ухо, более 80 — одну руку и более 85 — одну ногу. Каково наименьшее количество пиратов, потерявших одновременно глаз, ухо, руку и ногу?

Остатки

4. Может ли сумма $1 + 2 + 3 + ... + (n - 1) + n$ при каком-нибудь натуральном n оканчиваться цифрой 7?

5. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — мальчики.

6. Решите в целых числах уравнение $x^{100} + y^{100} = 3^{100}$.

Графы

7. Верно ли, что два графа изоморфны, если

(а) у них по 8 вершин, степень каждой из которых равна 7?

(б) у них по 8 вершин, степень каждой из которых равна 3?

8. В связном графе степени всех вершин чётны. Докажите, что на рёбрах этого графа можно расставить стрелки так, чтобы, двигаясь по стрелкам, можно было добраться от каждой вершины до любой другой.

9. Докажите, что из связного графа всегда можно удалить вершину (вместе со всеми выходящими из нее ребрами) так, чтобы он остался связным.

Конкурсная задача

Задача №4. Пусть $\mathcal{M}$ — конечное множество чисел. Известно, что среди любых трех его элементов найдутся два, сумма которых принадлежит $\mathcal{M}$. Какое наибольшее число элементов может быть в $\mathcal{M}$?

Расслабляющий листок

Перечисления

1. Сколькими способами класс из 25 человек можно разделить на 2 непустые не обязательно равные группы?

2. Сколько существует семизначных чисел, у которых цифры слева направо идут

(а) в порядке убывания?

(б) в порядке возрастания?

3. В ожесточенном бою более 70 из 100 пиратов потеряли один глаз, более 75 — одно ухо, более 80 — одну руку и более 85 — одну ногу. Каково наименьшее количество пиратов, потерявших одновременно глаз, ухо, руку и ногу?

Остатки

4. Может ли сумма $1+2+3+...+(n-1)+n$ при каком-нибудь натуральном n оканчиваться цифрой 7?

5. За круглым столом сидят 25 мальчиков и 25 девочек. Докажите, что у кого-то из сидящих за столом оба соседа — мальчики.

6. Решите в целых числах уравнение $x^{100}+y^{100}=3^{100}$.

Графы

7. Верно ли, что два графа изоморфны, если

(а) у них по 8 вершин, степень каждой из которых равна 7?

(б) у них по 8 вершин, степень каждой из которых равна 3?

8. В связном графе степени всех вершин чётны. Докажите, что на рёбрах этого графа можно расставить стрелки так, чтобы, двигаясь по стрелкам, можно было добраться от каждой вершины до любой другой.

9. Докажите, что из связного графа всегда можно удалить вершину (вместе со всеми выходящими из нее ребрами) так, чтобы он остался связным.

Конкурсная задача

Задача №4. Пусть $\mathcal{M}$ — конечное множество чисел. Известно, что среди любых трех его элементов найдутся два, сумма которых принадлежит $\mathcal{M}$. Какое наибольшее число элементов может быть в $\mathcal{M}$?