

Вводный листок

Перечисления

1. Каждую клетку квадратной таблицы 3×3 можно покрасить в черный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы?
2. Сколько существует шестизначных чисел, все цифры которых имеют одинаковую четность?
3. На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? Меридиан — это дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель — это окружность, параллельная экватору (экватор тоже является параллелью).

Остатки

4. Во сколько раз изменятся частное и остаток от деления, если делимое и делитель увеличить в 3 раза?
5. Докажите, что $n^3 - n$ делится на 6 при любом нечетном n .
6. Одно из чисел получается перестановкой цифр из другого. Может ли их сумма равняться 99...99 (999 девяток)?

Графы

7. Можно ли нарисовать на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?
8. В некотором государстве каждый город соединен минимум с тремя другими. Докажите, что можно объехать несколько городов и вернуться в исходный город (который тоже есть возможность выбирать), проходя по каждой дороге не более одного раза и проезжая каждый город не более одного раза.
9. Существует ли граф с 5 вершинами, степени которых равны 4, 4, 4, 4, 2?

Конкурсная задача

Задача. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев должно пройти, чтобы каждые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?

Вводный листок

Перечисления

1. Каждую клетку квадратной таблицы 3×3 можно покрасить в черный или белый цвет. Сколько существует различных раскрасок этой таблицы?
2. Сколько существует шестизначных чисел, все цифры которых имеют одинаковую четность?
3. На глобусе проведены 17 параллелей и 24 меридиана. На сколько частей разделена поверхность глобуса? Меридиан — это дуга, соединяющая Северный полюс с Южным. Параллель — это окружность, параллельная экватору (экватор тоже является параллелью).

Остатки

4. Во сколько раз изменятся частное и остаток от деления, если делимое и делитель увеличить в 3 раза?
5. Докажите, что $n^3 - n$ делится на 6 при любом нечетном n .
6. Одно из чисел получается перестановкой цифр из другого. Может ли их сумма равняться 99...99 (999 девяток)?

Графы

7. Можно ли нарисовать на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекался ровно с тремя другими?
8. В некотором государстве каждый город соединен минимум с тремя другими. Докажите, что можно объехать несколько городов и вернуться в исходный город (который тоже есть возможность выбирать), проходя по каждой дороге не более одного раза и проезжая каждый город не более одного раза.
9. Существует ли граф с 5 вершинами, степени которых равны 4, 4, 4, 4, 2?

Конкурсная задача

Задача. В классе 16 учеников. Каждый месяц учитель делит класс на две группы. Какое наименьшее количество месяцев должно пройти, чтобы каждые два ученика в какой-то из месяцев оказались в разных группах?