

Векторы.

1. Стороны треугольника T параллельны медианам треугольника T_1 . Докажите, что медианы треугольника T параллельны сторонам треугольника T_1 .
2. Сумма четырёх единичных векторов равна нулю. Докажите, что их можно разбить на две пары противоположных векторов.
3. Дано n попарно не сонаправленных векторов ($n \geq 3$), сумма которых равна нулю. Докажите, что существует выпуклый n -угольник, набор векторов-сторон которого совпадает с данным набором векторов.
4. Пусть A, B, C и D — произвольные точки. Докажите, что
$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BD}) = 0$$
5. Докажите, что высоты треугольника пересекаются в одной точке.
6. Докажите, что точка X лежит на прямой AB тогда и только тогда, когда $\overrightarrow{OX} = t\overrightarrow{OA} + (1 - t)\overrightarrow{OB}$ для некоторого t и любой точки O .
7. Внутри треугольника ABC взята точка O . Докажите, что
$$S_{BOC} \cdot \overrightarrow{OA} + S_{AOC} \cdot \overrightarrow{OB} + S_{AOB} \cdot \overrightarrow{OC} = 0$$

Домашнее задание

1. Докажите, что из медиан треугольника можно составить треугольник.
2. Даны четыре попарно непараллельных вектора, сумма которых равна нулю. Докажите, что из них можно составить невыпуклый четырёхугольник.
3. Пусть O — центр описанной окружности треугольника ABC , а точка H обладает тем свойством, что $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$. Докажите, что H — точка пересечения высот.