

# Алгебра логики — 1

## Определение.

*Тавтология* — формула, истинная при всех значениях входящих в нее переменных.

1. Докажите, что формула

$$(p \& (\neg q \Rightarrow \neg p)) \Longrightarrow q$$

является тавтологией. Она называется *modus tolens*, а как она называется по-русски?

2. Сколько существует бинарных логических операций  $*$ , таких что  $p * q$  не зависит от  $p$ ?

3. Найдите все бинарные логические операции  $\star$ , для которых  $r \star r = \neg r$ .

4. Выразите дизъюнкцию  $p \vee q$  через конъюнкцию  $\&$  и отрицание  $\neg$ . А также конъюнкцию через дизъюнкцию и отрицание.

5. Составьте таблицы истинности (бинарных логических) операций

(а)  $\iff$  («равносильно»),

(б)  $\underline{\vee}$  («либо-либо»),

(в)  $\oplus$  (+ mod 2 — сложение).

6. Упростите выражение  $(p \vee \neg q) \& (\neg p \vee q)$ .

7. Составьте таблицу истинности функции

$$g(p, q, r) = (p \& \neg q \& r) \vee (\neg p \& q \& \neg r) \vee (p \& q \& r) \vee (\neg p \& \neg q \& \neg r).$$

8. Дана функция трех переменных

$p$	$q$	$r$	$f(p, q, r)$	$p$	$q$	$r$	$f(p, q, r)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1

(а) Выразите ее через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание.

(б) Выразите ее через умножение, сложение и константу 1.

9. Сколько существует логических («булевых») операций (функций) от  $n$  переменных?

10. Приведите пример булевой функции, которая не выражается через  $\&$  и  $\vee$ .

11. Докажите, что любая функция выражается через  $\&$ ,  $\vee$  и  $\neg$ .

12. Найдите все бинарные логические операции, через которые, используя только одну эту операцию, можно выразить любую булеву функцию от любого количества переменных.

# Алгебра логики — 1

## Определение.

*Тавтология* — формула, истинная при всех значениях входящих в нее переменных.

1. Докажите, что формула

$$(p \& (\neg q \Rightarrow \neg p)) \Longrightarrow q$$

является тавтологией. Она называется *modus tolens*, а как она называется по-русски?

2. Сколько существует бинарных логических операций  $*$ , таких что  $p * q$  не зависит от  $p$ ?

3. Найдите все бинарные логические операции  $\star$ , для которых  $r \star r = \neg r$ .

4. Выразите дизъюнкцию  $p \vee q$  через конъюнкцию  $\&$  и отрицание  $\neg$ . А также конъюнкцию через дизъюнкцию и отрицание.

5. Составьте таблицы истинности (бинарных логических) операций

(а)  $\iff$  («равносильно»),

(б)  $\underline{\vee}$  («либо-либо»),

(в)  $\oplus$  (+ mod 2 — сложение).

6. Упростите выражение  $(p \vee \neg q) \& (\neg p \vee q)$ .

7. Составьте таблицу истинности функции

$$g(p, q, r) = (p \& \neg q \& r) \vee (\neg p \& q \& \neg r) \vee (p \& q \& r) \vee (\neg p \& \neg q \& \neg r).$$

8. Дана функция трех переменных

$p$	$q$	$r$	$f(p, q, r)$	$p$	$q$	$r$	$f(p, q, r)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1

(а) Выразите ее через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание.

(б) Выразите ее через умножение, сложение и константу 1.

9. Сколько существует логических («булевых») операций (функций) от  $n$  переменных?

10. Приведите пример булевой функции, которая не выражается через  $\&$  и  $\vee$ .

11. Докажите, что любая функция выражается через  $\&$ ,  $\vee$  и  $\neg$ .

12. Найдите все бинарные логические операции, через которые, используя только одну эту операцию, можно выразить любую булеву функцию от любого количества переменных.