

Алгебра логики — 1

Определение.

Тавтология — формула, истинная при всех значениях входящих в нее переменных.

1. Докажите, что формула

$$(p \& (\neg q \Rightarrow \neg p)) \implies q$$

является тавтологией. Она называется *modus tolens*, а как она называется по-русски?

2. Сколько существует бинарных логических операций $*$, таких что $p * q$ не зависит от p ?

3. Найдите все бинарные логические операции \star , для которых $r \star r = \neg r$.

4. Выразите дизъюнкцию $p \vee q$ через конъюнкцию $\&$ и отрицание \neg . А также конъюнкцию через дизъюнкцию и отрицание.

5. Составьте таблицы истинности (бинарных логических) операций

(а) \iff («равносильно»),

(б) $\underline{\vee}$ («либо-либо»),

(в) \oplus (+ mod 2 — сложение).

6. Упростите выражение $(p \vee \neg q) \& (\neg p \vee q)$.

7. Составьте таблицу истинности функции

$$g(p, q, r) = (p \& \neg q \& r) \vee (\neg p \& q \& \neg r) \vee (p \& q \& r) \vee (\neg p \& \neg q \& \neg r).$$

8. Дана функция трех переменных

p	q	r	$f(p, q, r)$	p	q	r	$f(p, q, r)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1

(а) Выразите ее через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание.

(б) Выразите ее через умножение, сложение и константу 1.

9. Сколько существует логических («булевых») операций (функций) от n переменных?

10. Приведите пример булевой функции, которая не выражается через $\&$ и \vee .

11. Докажите, что любая функция выражается через $\&$, \vee и \neg .

12. Найдите все бинарные логические операции, через которые, используя только одну эту операцию, можно выразить любую булеву функцию от любого количества переменных.

Алгебра логики — 1

Определение.

Тавтология — формула, истинная при всех значениях входящих в нее переменных.

1. Докажите, что формула

$$(p \& (\neg q \Rightarrow \neg p)) \Longrightarrow q$$

является тавтологией. Она называется *modus tolens*, а как она называется по-русски?

2. Сколько существует бинарных логических операций $*$, таких что $p * q$ не зависит от p ?

3. Найдите все бинарные логические операции \star , для которых $r \star r = \neg r$.

4. Выразите дизъюнкцию $p \vee q$ через конъюнкцию $\&$ и отрицание \neg . А также конъюнкцию через дизъюнкцию и отрицание.

5. Составьте таблицы истинности (бинарных логических) операций

(а) \iff («равносильно»),

(б) $\underline{\vee}$ («либо-либо»),

(в) \oplus (+ mod 2 — сложение).

6. Упростите выражение $(p \vee \neg q) \& (\neg p \vee q)$.

7. Составьте таблицу истинности функции

$$g(p, q, r) = (p \& \neg q \& r) \vee (\neg p \& q \& \neg r) \vee (p \& q \& r) \vee (\neg p \& \neg q \& \neg r).$$

8. Дана функция трех переменных

p	q	r	$f(p, q, r)$	p	q	r	$f(p, q, r)$
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1	0	0
0	1	1	1	1	1	1	1

(а) Выразите ее через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание.

(б) Выразите ее через умножение, сложение и константу 1.

9. Сколько существует логических («булевых») операций (функций) от n переменных?

10. Приведите пример булевой функции, которая не выражается через $\&$ и \vee .

11. Докажите, что любая функция выражается через $\&$, \vee и \neg .

12. Найдите все бинарные логические операции, через которые, используя только одну эту операцию, можно выразить любую булеву функцию от любого количества переменных.