

Дружеский математический бой

1. В треугольнике ABC биссектриса, проведённая из вершины A , высота, проведённая из вершины B , и серединный перпендикуляр к стороне AB пересекаются в одной точке. Найдите угол при вершине A .

2. Как соединить 50 городов наименьшим числом авиалиний так, чтобы из любого города можно было попасть в любой, сделав не более двух пересадок?

3. Какое наибольшее количество точек самопересечения может иметь замкнутая ломаная, в которой 7 звеньев?

4. Назовем автобусный билет с номером от 000000 до 999999 отличным, если разность некоторых двух соседних цифр его номера равна 5. Найдите число отличных автобусных билетов.

5. Найдите 10 различных натуральных чисел, обладающих тем свойством, что их сумма делится на каждое из них.

6. Найдите все пары целых чисел m, n , такие что $m^2 - n^4 = 2014$.

7. До футбольного матча команд «Север» и «Юг» было дано пять прогнозов:

(а) ничьей не будет; (б) в ворота «Юга» (хотя бы раз) забьют;

(в) «Север» выиграет; (г) «Север» не проиграет;

(д) в матче будет забито ровно 3 гола.

После матча выяснилось, что верными оказались ровно три прогноза. С каким счётом закончился матч?

8. Точка K — середина стороны AB квадрата $ABCD$, а точка L делит диагональ AC в отношении $AL : LC = 3 : 1$. Докажите, что угол KLD прямой.

Краткое напоминание правил

Команды по очереди вызывают соперников на какую-либо из еще не разобранных задач. Команда может либо принять вызов, либо сделать *проверку корректности*. Команда, принявшая вызов, выставляет докладчика, соперники — оппонента. Если команда требует проверку корректности, то она выставляет оппонента, а соперники — докладчика. В любой момент раунда у доски находятся и общаются два человека; кроме них и жюри, в дискуссии не участвует **никто**. Каждый участник может выходить к доске не более двух раз.

Далее докладчик, оппонент и жюри справедливо разыгрывают 12 очков за данную задачу: сначала слово предоставляется докладчику (для рассказа решения — примерно 10 минут), затем оппоненту (для дискуссии с докладчиком - примерно 10 минут), затем начинает разбираться жюри (сколько потребуется). Возможны перемены ролей, если это не была проверка корректности.

Жюри всё время играет роль высшего разума, указания жюри обязаны к исполнению.

Prijateljska matematička bitka

1. U trouglu ABC simetrala ugla A , visina iz temena B i simetrala stranice AB seku se u jednoj tački. Naći ugao A .

2. Kako povezati 50 gradova najmanjim brojem avionskih linija tako da se iz bilo kog grada može doći u bilo koji drugi sa ne više od dva presedanja?

3. Koji najveći mogući broj samopreseka može da ima zatvorena izlomljena linija od 7 duži?

4. Reci ćemo da je autobuska karta sa brojem od 000000 do 999999 *odlična* ako je razlika nekih dveju susednih cifara broja te karte jednaka 5. Odrediti broj odličnih autobuskih karata.

5. Naći 10 različitih prirodnih projeva takvih da je njihov zbir deljiv sa svakim od njih.

6. Naći sve parove celih brojeva m, n takve da je $m^2 - n^4 = 2014$.

7. Pre fudbalske utakmice timova «Sever» и «Jug» bilo je pet prognoza:

(а) utakmica se neće završiti remijem; (б) «Jug» će dobiti (bar jedan) go;

(в) «Sever» će pobediti; (г) «Sever» neće izgubiti;

(д) u toku utakmice će biti postignuto tačno 3 gola.

Posle utakmice se ispostavilo da su tačne bile svega tri prognoze. Sa kojim rezultatom se završio meč?

8. Tačka K je središte stranice AB kvadrata $ABCD$, a tačka L deli dijagonalu AC u odnosu $AL : LC = 3 : 1$. Dokazati da je ugao KLD prav.

Kratki podsetnik pravila

Ekipe naimenično izazivaju protivnike na bilo koji od neiskorišćenih zadataka. Ekipa može ili da primi izazov ili da zatraži *proveru ispravnosti*. Ako ekipa prima izazov onda jedan od njenih članova postaje izvestiocem, a jedan od članova protivničke ekipe postaje oponentom. Ako ekipa traži proveru ispravnosti onda jedan od njenih članova postaje oponentom, a jedan od članova protivničke ekipe — izvestiocem. U svakom trenutku u toku runde ispred table se nalaze svega dvoje; osim njih i žirija **niko** ne učestvuje u diskusiji. Svaki učesnik može izlaziti pred tablu najviše dva puta.

Dalje izvestilac, oponent i žiri pošteno dele 12 bodova za tekući zadatak: prvo izvestilac objasni svoje rešenje (za to ima oko 10 minuta), onda oponent postavlja pitanja, trudeći se da pronadje bilo koju grešku u rešenju izvestioca (oko 10 minuta), i na kraju žiri razmatra rešenje. Moguća je izmena uloga ako nije bila provera ispravnosti.

Žiri sve vreme igra ulogu višeg razuma i njegove odluke se moraju poštovati.