Математические игры — 2

Симметрия, однако

1. Коля и Витя играют в следующую игру на бесконечной клетчатой бумаге. Начиная с Коли, они по очереди отмечают узлы клетчатой бумаги — точки пересечения вертикальных и горизонтальных прямых. При этом каждый из них своим ходом должен отметить такой узел, что после этого все отмеченные узлы лежали в вершинах выпуклого многоугольника (начиная со второго хода Коли). Тот из играющих, кто не сможет сделать очередного хода, считается проигравшим. Кто выигрывает при правильной игре?

2. Петя и Вася играют на доске размером 7×7. Они по очереди ставят в клетки доски цифры от 1 до 7 так, чтобы ни в одной строке и ни в одном столбце не оказалось одинаковых цифр. Первым ходит Петя. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто из них сможет выиграть, как бы ни играл соперник?

Игры с суммой выигрыша

3. Двое играют в следующую игру. Каждый игрок по очереди вычеркивает 9 чисел (по своему выбору) из последовательности 1, 2, ..., 100, 101. После одиннадцати таких вычеркиваний останутся 2 числа. Первому игроку присуждается столько очков, какова разница между этими оставшимися числами. Докажите, что первый игрок всегда сможет набрать по крайней мере 55 очков, как бы ни играл второй. Может ли второй игрок помешать первому набрать более 55 очков?

4. Имеется шоколадка с пятью продольными и восемью поперечными углублениями, по которым её можно ломать (всего получается $9 \times 6 = 54$ дольки). Играют двое, ходят по очереди. Играющий за свой ход отламывает от шоколадки полоску ширины 1 и съедает её. Другой играющий за свой ход делает то же самое с оставшейся частью, и т. д. Тот, кто разламывает полоску ширины 2 на две полоски ширины 1, съедает одну из них, а другую съедает его партнер. Докажите, что начинающий игру может действовать таким образом, что ему достанется по крайней мере на 6 долек больше, чем второму. Может ли второй игрок помешать первому съесть больше чем на 6 долек больше?

5. По кругу стоит 101 блюдце, на каждом по конфете. Сначала Малыш выбирает натуральное $m < 101$ и сообщает его Карлсону, затем Карлсон — натуральное $k < 101$. Малыш берет конфету с любого блюдца. Отсчитав от этого блюдца k-е блюдце по часовой стрелке, Карлсон берет с него конфету. Отсчитав уже от этого блюдца m-е блюдце по часовой стрелке, Малыш берет с него конфету (если она там еще есть). Отсчитав от блюдца Малыша k-е блюдце по часовой стрелке, Карлсон берет с него конфету (если она там еще есть), и т. д. Какое наибольшее число конфет может гарантировать себе Карлсон?