

Расположение корней квадратного трехчлена

1. При каких значениях параметра a корни уравнения

$$ax^2 - (2a + 1)x + 3a - 1 = 0$$

больше 1?

2. При каких значениях параметра a один из корней уравнения

$$(a^2 - 2)x^2 + (a^2 + a - 1)x - a^3 + a = 0$$

больше числа a , а другой меньше числа a ?

3. При каких значениях параметра a корни x_1 и x_2 уравнения

$$(3a + 2)x^2 + (a - 1)x + 4a + 3 = 0$$

удовлетворяет условиям $x_1 < -1 < x_2 < 1$?

4. При каких значениях параметра a корни уравнения

$$x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$$

имеют разные знаки, и оба по абсолютной величине меньше 4?

5. При каких значениях параметра a один из корней уравнения

$$a^2x^2 + ax - 2 = 0$$

по абсолютной величине больше 1, а другой меньше 1?

6. Расположите в порядке возрастания числа 1; 4 и корни уравнения

$$x^2 - 2ax + 2a^2 - 4a + 3 = 0.$$

7. При каких значениях параметра a ровно один корень уравнения

$$x^2 - 4x + a = 0$$

принадлежат интервалу $(1; 4)$?

8. При каких значениях параметра a корни x_1 и x_2 многочлена

$$2x^2 - 2(2a + 1)x + a(a - 1)$$

удовлетворяют неравенствам $x_1 < a < x_2$?

(Не)четность функций в задачах с параметрами

1. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} (3\sqrt{x|x|} + |y| - 3)(|x| + 3|y| - 9) = 0, \\ (x - a)^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

2. Найдите все значения параметра a , при которых система

$$\begin{cases} ax^2 + a - 1 = y - |\sin x|, \\ |\operatorname{tg} x| + y^2 = 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

3. При каких значениях параметра b уравнение

$$\operatorname{tg} |b| = \log_2(\cos x - |x|)$$

имеет ровно один корень?

4. Найдите все значения параметра b , при которых система уравнений

$$\begin{cases} b(x^2 + 1) = y + \cos 2x, \\ 2^{|\sin x|} + |y| = 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x^4 - (a - 1)\sqrt{a + 3}y + a^4 + 2a^3 - 9a^2 - 2a + 8 = 0, \\ y = \sqrt{a + 3}x^2 \end{cases}$$

имеет ровно три различных решения?

6. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\left| \frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 2a \right| = a^2 + 1$$

имеет нечетное число решений.

7. Найдите все значения a , при которых система

$$\begin{cases} (2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x - 5 = a - 2y + y^2, \\ x^2 + (2 - a - a^2)y^2 = 0, \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$

имеет единственное решение

8. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 - 2a \sin(\cos x) + a^2 = 0$$

имеет единственное решение.

Тригонометрия рулит!

1. Решите систему

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ 4xy(2y^2 - 1) = 1. \end{cases}$$

2. Решите систему

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 1, \\ z = 2y^2 - 1, \\ x = 2z^2 - 1. \end{cases}$$

3. Среди всех решений системы

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ z^2 + t^2 = 9, \\ xt + yz = 6 \end{cases}$$

выберете те, для которых величина $x + z$ принимает наибольшее значение.

4. Решите уравнение $\sqrt{1 - x^2} = 4x^3 - 3x$.

5. Решите уравнение $x + \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}} = \frac{35}{12}$.

6. Решите уравнение $\sqrt{1 - x} = 2x^2 - 1 + 2x\sqrt{1 - x^2}$.

7. Решите уравнение $\sqrt{\frac{1 - |x|}{2}} = 2x^2 - 1$.

8. Сколько корней на отрезке $[0, 1]$ имеет уравнение

$$8x(1 - 2x^2)(8x^4 - 8x^2 + 1) = 1 ?$$

9. Решите систему $x + 3y = 4y^3$, $y + 3z = 4z^3$, $z + 3x = 4x^3$.

10. Решите систему $2x + x^2y = y$, $2y + y^2z = z$, $2z + z^2x = x$.

11. Решите систему $y = x(4 - x)$, $z = y(4 - y)$, $x = z(4 - z)$.

12. Последовательность $\{h_n\}$ задана условиями $h_1 = \frac{1}{2}$,

$$h_{n+1} = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - h_n^2}}{2}} \quad (n \geq 1).$$

Докажите неравенство $\sum_{k=1}^{\infty} h_k < 1,03$.