

Что такое осень — это небо

1. Представьте число 203 в виде суммы нескольких положительных слагаемых так, чтобы и произведение этих слагаемых было равно 203.

2. Сумма 100 различных натуральных чисел равна 5051. Что это за числа?

3. Витя выложил из карточек с цифрами пример на сложение и затем поменял местами две карточки. Получилось $314159 + 291828 = 585787$. Как видите, равенство нарушилось. Какие карточки переставил Витя? Почему именно эти?

4. Решите в натуральных числах уравнение $\frac{157}{55} = x_0 + \frac{1}{x_1 + \frac{1}{x_2 + \frac{1}{x_4}}}$.

5. В M -образной ломаной $ABCDE$ $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, точка M — середина BD . Докажите, что $MA = ME$.

6. В графе между любыми двумя вершинами существует простой путь четной длины. Докажите, что между любыми двумя вершинами существует простой путь нечетной длины.

7. Увеличится или уменьшится сумма $\frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200}$, если все слагаемые в ней заменить на $\frac{1}{150}$?

8. Периметр семиугольника равен единице. Может ли сумма длин всех его диагоналей быть равной 7?

9. Известно, что $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Чему равно $a^4 + b^4 + c^4$?

10. В квадрате со стороной 15 расположено 20 попарно непересекающихся квадратиков со стороной 1. Докажите, что в большом квадрате можно разместить круг радиуса 1 так, чтобы он не пересекался ни с одним из квадратиков.

11. Чему равно $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{\ddots}}}}}$?

12. Дан прямоугольник $ABCD$ такой, что $AB = 1$ и $BC = 3$. На стороне BC отмечены E и F такие, что $BE = EF = FC = 1$. $\angle EAD + \angle FAD + \angle CAD = ?$.

Что такое осень — это небо

1. Представьте число 203 в виде суммы нескольких положительных слагаемых так, чтобы и произведение этих слагаемых было равно 203.

2. Сумма 100 различных натуральных чисел равна 5051. Что это за числа?

3. Витя выложил из карточек с цифрами пример на сложение и затем поменял местами две карточки. Получилось $314159 + 291828 = 585787$. Как видите, равенство нарушилось. Какие карточки переставил Витя? Почему именно эти?

4. Решите в натуральных числах уравнение
$$\frac{157}{55} = x_0 + \frac{1}{x_1 + \frac{1}{x_2 + \frac{1}{x_4}}}$$

5. В M -образной ломаной $ABCDE$ $AB = BC = CD = DE$, $\angle ABC = \angle CDE$, точка M — середина BD . Докажите, что $MA = ME$.

6. В графе между любыми двумя вершинами существует простой путь четной длины. Докажите, что между любыми двумя вершинами существует простой путь нечетной длины.

7. Увеличится или уменьшится сумма $\frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{199} + \frac{1}{200}$, если все слагаемые в ней заменить на $\frac{1}{150}$?

8. Периметр семиугольника равен единице. Может ли сумма длин всех его диагоналей быть равной 7?

9. Известно, что $a + b + c = 0$, $a^2 + b^2 + c^2 = 1$. Чему равно $a^4 + b^4 + c^4$?

10. В квадрате со стороной 15 расположено 20 попарно непересекающихся квадратиков со стороной 1. Докажите, что в большом квадрате можно разместить круг радиуса 1 так, чтобы он не пересекался ни с одним из квадратиков.

11. Чему равно $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{2 + \frac{1}{5 + \frac{1}{\ddots}}}}}$?

12. Дан прямоугольник $ABCD$ такой, что $AB = 1$ и $BC = 3$. На стороне BC отмечены E и F такие, что $BE = EF = FC = 1$. $\angle EAD + \angle FAD + \angle CAD = ?$.