

Графы II

(Трушин Б.В.)

1. В Тридевятом царстве лишь один вид транспорта – ковер-самолет. Из столицы выходит 21 ковролиния, из города Дальний – одна, а из всех остальных городов – по 20. Докажите, что из столицы можно долететь в Дальний.
2. На конференции присутствуют 50 ученых, каждый из которых знаком по крайней мере с 25 участниками конференции. Докажите, что найдутся четверо из них, которых можно усадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом со знакомыми ему людьми.
3. В одном государстве 100 городов и каждый соединен с каждым дорогой с односторонним движением. Докажите, что можно поменяв направление движения не более чем на одной дороге добиться того, чтобы от любого города можно было доехать до любого другого.
4. Каждое из ребер полного графа с 17 вершинами покрашено в один из трех цветов. Докажите, что есть три вершины, все ребра между которыми одного цвета.
5. В некотором государстве система авиалиний устроена таким образом, что любой город соединен не более чем с тремя другими, и из любого города в любой другой можно долететь, сделав не более одной пересадки. Какое максимальное число городов может быть в этом государстве?
6. В стране 2012 городов и из каждого осуществляются беспосадочные перелеты в три других города (все авиарейсы двусторонние). Известно, что из любого города можно долететь до любого другого. Министерство Безопасности хочет объявить закрытыми 200 городов, никакие два из которых не соединены авиалинией. Докажите, что это можно сделать так, чтобы можно было долететь из любого незакрытого города в любой другой, не делая пересадок в закрытых городах.