

Алгебраические соотношения малого порядка на координатной плоскости

1. Через точку $(2, -3)$ проведите две прямые, одну параллельную, а другую перпендикулярную прямой (а) $3x + 5y = 7$; (б) $2x - 3y = 1$.

2. Проходят ли все прямые с уравнением вида $(2a - 3)x + (4 - 3a)y + 5 = 0$ через одну точку, и, если да, то через какую?

3. При каких a система $\begin{cases} (a - 4)x + y = a \\ -3x + ay = 1 \end{cases}$ имеет больше одного решения?

4. Сколько решений имеет уравнение $|x - 3| = 4 - |x|$?

5. Для каждого значения параметра a решить уравнение $|x + 2| + a|x - 4| = 6$.

6. Изобразите на координатной плоскости решение неравенства $2x + 3y < 5$.

7. При каких a система $\begin{cases} y < +ax + 1 \\ y > -ax - 1 \\ x < -1 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение?

8. В зависимости от K укажите количество решений системы

$$(а) \begin{cases} x^2 + y^2 = K \\ x + y = 5 \end{cases}; \quad (б) \begin{cases} (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = K \\ x + y = 5 \end{cases}.$$

9. Решите систему уравнений $\begin{cases} (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 16 \\ (x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 1. \end{cases}$

10. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система $\begin{cases} (|x| - 4)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$ имеет три решения.

11. В окружности ω с центром O проведены перпендикулярные диаметры AB и CD . На OB взята точка K так, что $OB = 3OK$, а на OD – точка M так, что $OD = 2OM$. Докажите, что точка пересечения прямых CK и AM лежит на ω .

12. В окружность радиуса R вписан правильный треугольник. Найдите сумму квадратов расстояний от точки на окружности до вершин треугольника.

13. Найдите $\min(x^2 + y^2)$, если известно, что $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 4$.

14. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3 - 2x - x^2} = 4a + 2 - ax$$

имеет единственное решение.