

- 1) 칠판에 1부터 2011까지 숫자가 써있다. 둘이 순서대로 숫자를 하나씩 지우는 게임을 하고 있다. 아직  $p$ 와  $q$ 는 남아있는 상태이다. 만약 방정식  $x^2 + px + q = 0$  과  $x^2 + qx + p = 0$  둘 중 아무것도  $x$ 가 정수 값을 갖지 못한다면 첫 번째 게임을 시작한 사람이 이기게 된다. 이 때 두 번째 사람이 이것을 방해할 수 있는가?
- 2) 식이  $p^2 + 2011$  ( $p$ 는 소수) 같을 때 약수(자연수)의 최소 개수를 구하여라.
- 3) 양수  $a, b, c$ 가 있다. 이 때 3가지 양수 중 2가지는 1보다 크다. 그 때 부등식을 증명하라.  

$$\frac{a+b+1}{a^2+b^2+1} + \frac{a+b+1}{a^2+b^2+1} + \frac{a+c+1}{a^2+c^2+1} < \frac{2}{a+1} + \frac{2}{b+1} + \frac{2}{c+1}$$
- 4) 만약  $3^{\ell+1} - 2^{\ell} - \ell$ 가  $m$ (자연수)으로 나누어 떨어질 때, 자연수  $\ell$ 가 존재한다는 것을 증명해라.