Полуинварианты

1. В стране несколько городов, попарные расстояния между которыми различны. Путешественник отправился из города А в самый удаленный от него город Б, оттуда - в самый удаленный от него город С и т.д. Докажите, что если С не совпадает с А, то путешественник никогда не вернется в А.

2. В каждом из n регионов правит либо партия правых, либо партия левых. Каждый год в одном из регионов может поменяться власть. В некотором регионе власть может смениться, только если текущая правящая партия отличается от правящей партии в большинстве (строго больше половины) соседних регионов. Докажите, что смены власти не могут продолжаться бесконечно.

3. На квадратном поле 10×10 девять клеток 1×1 поросли бурьяном. После этого бурьян может распространиться на клетку, у которой не менее двух соседних клеток уже поросли бурьяном. Докажите, что тем не менее бурьян не сможет распространиться на все клетки.

4. В плоскости отмечено несколько точек общего положения. Некоторые из них соединены друг с другом отрезками, причем из каждой точки выходит не более одного отрезка. Разрешается заменять любую пару пересекающихся отрезков AB и CD парой AC и BD. Обязательно ли такой процесс закончится?

5. В клетках таблицы $m \times n$ вписаны некоторые числа. Разрешается одновременно менять знак у всех чисел одного столбца или одной строки. Докажите, что несколькими такими операциями можно добиться того, чтобы суммы чисел в каждой строке и в каждом столбце были неотрицательными.

6. По кругу написано несколько чисел. Если для некоторых идущих подряд чисел a, b, c, d оказывается, что $(a-d)(b-c) < 0$, то числа b и c можно поменять местами. Докажите, что такую операцию можно проделать лишь конечное число раз.

7. На экране компьютера сгенерирована некоторая конечная последовательность нулей и единиц. С ней можно производить следующую операцию: набор цифр «01» заменять на набор цифр «1000». Может ли такой процесс замен продолжаться бесконечно или когда-нибудь он обязательно прекратится?

Полуинварианты

1. В стране несколько городов, попарные расстояния между которыми различны. Путешественник отправился из города А в самый удаленный от него город Б, оттуда - в самый удаленный от него город С и т.д. Докажите, что если С не совпадает с А, то путешественник никогда не вернется в А.

2. В каждом из n регионов правит либо партия правых, либо партия левых. Каждый год в одном из регионов может поменяться власть. В некотором регионе власть может смениться, только если текущая правящая партия отличается от правящей партии в большинстве (строго больше половины) соседних регионов. Докажите, что смены власти не могут продолжаться бесконечно.

3. На квадратном поле 10×10 девять клеток 1×1 поросли бурьяном. После этого бурьян может распространиться на клетку, у которой не менее двух соседних клеток уже поросли бурьяном. Докажите, что тем не менее бурьян не сможет распространиться на все клетки.

4. В плоскости отмечено несколько точек общего положения. Некоторые из них соединены друг с другом отрезками, причем из каждой точки выходит не более одного отрезка. Разрешается заменять любую пару пересекающихся отрезков AB и CD парой AC и BD. Обязательно ли такой процесс закончится?

5. В клетках таблицы $m \times n$ вписаны некоторые числа. Разрешается одновременно менять знак у всех чисел одного столбца или одной строки. Докажите, что несколькими такими операциями можно добиться того, чтобы суммы чисел в каждой строке и в каждом столбце были неотрицательными.

6. По кругу написано несколько чисел. Если для некоторых идущих подряд чисел a, b, c, d оказывается, что $(a-d)(b-c) < 0$, то числа b и c можно поменять местами. Докажите, что такую операцию можно проделать лишь конечное число раз.

7. На экране компьютера сгенерирована некоторая конечная последовательность нулей и единиц. С ней можно производить следующую операцию: набор цифр «01» заменять на набор цифр «1000». Может ли такой процесс замен продолжаться бесконечно или когда-нибудь он обязательно прекратится?