

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Разложение, оценки

**Демонстрационная задача**      Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

(Метод разложения)     $s^4 - t(t+1)(t+2)(t+3) = 1$ ;

(Метод оценок)             $2uvw + 2v + 2w = 7vw$ ;

1. Решите в  $\mathbb{Z}$

а)  $ab + 3a - 5b = 18$ ;      б)  $x^2 + 5xy + 6y^2 = 7$ ;      в)  $n^2 + 3n + 24 = m^2$ ;

2. Решите в  $\mathbb{N}$  и отдельно в  $\mathbb{Z}$  уравнение  $abc = ab + bc + ca$ .

3. При каких целых  $n$  будет целым число  $\frac{n^5 + 3}{n^2 + 1}$ ?

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Общие

**Демонстрационная задача**      Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

(Метод остатков)             $x^2 + y^2 + z^2 = 8k + 7$ ;

(Метод спуска)             $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2abcd$ ;

(Комбинированный метод)     $3^m + 7 = 2^n$ .

1. Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

а)  $x^2 = 3^y + 1$ ;            б)  $2^x + 1 = 3^y$ .

2. Найдите все натуральные  $m, k$  такие, что  $1! + 2! + \dots + k! = m^2$ .

3. Докажите, что существует бесконечно много пар натуральных чисел, сумма квадратов которых является четвёртой степенью натурального числа.

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Разложение, оценки

**Демонстрационная задача**      Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

(Метод разложения)  $s^4 - t(t+1)(t+2)(t+3) = 1$ ;

(Метод оценок)  $2uvw + 2v + 2w = 7vw$ ;

1. Решите в  $\mathbb{Z}$

а)  $ab + 3a - 5b = 18$ ;      б)  $x^2 + 5xy + 6y^2 = 7$ ;      в)  $n^2 + 3n + 24 = m^2$ ;

2. Решите в  $\mathbb{N}$  и отдельно в  $\mathbb{Z}$  уравнение  $abc = ab + bc + ca$ .

3. При каких целых  $n$  будет целым число  $\frac{n^5 + 3}{n^2 + 1}$ ?

## ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ: Общие

**Демонстрационная задача**      Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

(Метод остатков)  $x^2 + y^2 + z^2 = 8k + 7$ ;

(Метод спуска)  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 2abcd$ ;

(Комбинированный метод)  $3^m + 7 = 2^n$ .

1. Решите в  $\mathbb{Z}$  уравнения

а)  $x^2 = 3^y + 1$ ;      б)  $2^x + 1 = 3^y$ .

2. Найдите все натуральные  $m, k$  такие, что  $1! + 2! + \dots + k! = m^2$ .

3. Докажите, что существует бесконечно много пар натуральных чисел, сумма квадратов которых является четвёртой степенью натурального числа.