

Оценка + Пример

1. В некоторых клетках таблицы 10×10 расставлены несколько крестиков и несколько ноликов. Известно, что нет линии (строки или столбца), полностью заполненной одинаковыми значками (крестиками или ноликами). Однако если в любую пустую клетку поставить любой значок, то это условие нарушится. Какое минимальное число значков может стоять в таблице?
2. На доску выписаны 2011 чисел. Оказалось, что сумма любых трёх выписанных чисел также является выписанным числом. Какое наименьшее количество нулей может быть среди этих чисел?
3. Петя выбрал натуральное число $a > 1$ и выписал на доску пятнадцать чисел $1 + a, 1 + a^2, 1 + a^3, \dots, 1 + a^{15}$. Затем он стёр несколько чисел так, что любые два оставшихся числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел могло остаться на доске?
4. Вася нарисовал на плоскости несколько окружностей и провёл всевозможные общие касательные к каждой паре этих окружностей. Оказалось, что проведённые прямые содержат все стороны некоторого правильного 2011-угольника. Какое наименьшее количество окружностей мог нарисовать Вася?

Оценка + Пример

1. В некоторых клетках таблицы 10×10 расставлены несколько крестиков и несколько ноликов. Известно, что нет линии (строки или столбца), полностью заполненной одинаковыми значками (крестиками или ноликами). Однако если в любую пустую клетку поставить любой значок, то это условие нарушится. Какое минимальное число значков может стоять в таблице?
2. На доску выписаны 2011 чисел. Оказалось, что сумма любых трёх выписанных чисел также является выписанным числом. Какое наименьшее количество нулей может быть среди этих чисел?
3. Петя выбрал натуральное число $a > 1$ и выписал на доску пятнадцать чисел $1 + a, 1 + a^2, 1 + a^3, \dots, 1 + a^{15}$. Затем он стёр несколько чисел так, что любые два оставшихся числа взаимно просты. Какое наибольшее количество чисел могло остаться на доске?
4. Вася нарисовал на плоскости несколько окружностей и провёл всевозможные общие касательные к каждой паре этих окружностей. Оказалось, что проведённые прямые содержат все стороны некоторого правильного 2011-угольника. Какое наименьшее количество окружностей мог нарисовать Вася?