

МАТЕМАТИКА

Комбинаторный коктейль

Шарич Владимир Златкович



Математическая
школа

МШ

2017/2018

Шарич Владимир Златкович (я)

'95—'00 призёр олимпиад по математике в Сербии и России

'00—'05 МГУ, специалитет «Математика»

'03—'15 молод и полон сил

- преподаватель в специализированных классах (Л2Ш, СУНЦ МГУ, ТЛ«2x2», ЦДО, МГ, ФЛ)
- преподаватель на выездных школах (Киров, Кострома, Камчатка, Казахстан, Сербия, Беларусь, Корея, «Сириус»)
- член жюри турниров и олимпиад (УТЮМ, КОЛМ, ФЕСТ, ЮМТ, ВМО, ММО, ТГ)
- руководитель методкомиссии Математического многоборья



'14—'16 Заведующий кафедрой математики Физтех–лицея

'15—'17 МФТИ, магистратура «Advanced Combinatorics»

'16—.... зав кафедрой математики онлайн-школы «Фоксфорд»

'17—.... сотрудник программы «Математическое образование»



Фоксфорд



Высшая школа экономики
Национальный исследовательский университет

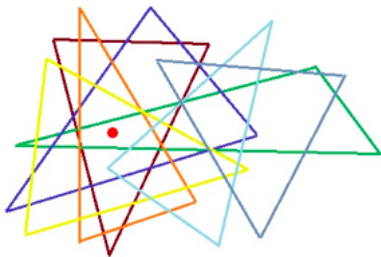


Центр
Педагогического
Мастерства



Математическая
школа

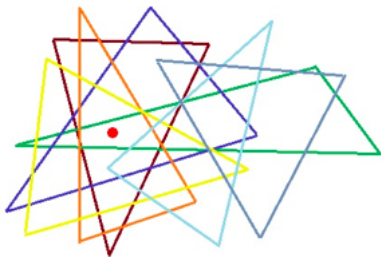
Комбинаторная геометрия



40 точек общего положения



Комбинаторная геометрия



40 точек общего положения



≥ 2000 пересекающихся треугольников

Теория графов



30 человек, среди любых трёх есть друзья



Теория графов

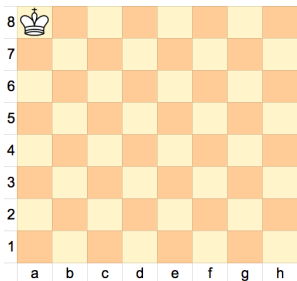


30 человек, среди любых трёх есть друзья



≥ 210 дружб

Клетчатая доска

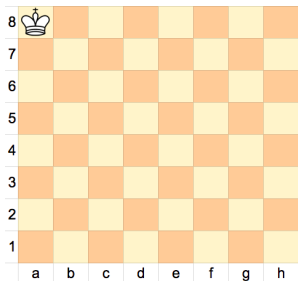


Король обошёл всю доску
и вернулся.

Траектория оказалась
без самопересечений.

Наименьшая / наибольшая длина?

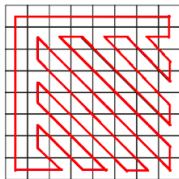
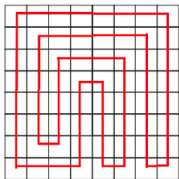
Клетчатая доска



Король обошёл всю доску
и вернулся.

Траектория оказалась
без самопересечений.

Наименьшая / наибольшая длина?



Комбинаторный «коктейль»:

Комбинаторный «коктейль»:

Процесс — ингредиент №1

- ▶ Алгоритм, спуск, индукция
- ▶ Состояние (инварианты и полуинварианты)
- ▶ Дискретная (и континуальная) непрерывность



Комбинаторный «коктейль»:

Процесс — ингредиент №1

- ▶ Алгоритм, спуск, индукция
- ▶ Состояние (инварианты и полуинварианты)
- ▶ Дискретная (и континуальная) непрерывность

Подсчёт — ингредиент №2

- ▶ Правила суммы и произведения
- ▶ Чётность / нечётность



Комбинаторный «коктейль»:

Процесс — ингредиент №1

- ▶ Алгоритм, спуск, индукция
- ▶ Состояние (инварианты и полуинварианты)
- ▶ Дискретная (и континуальная) непрерывность

Подсчёт — ингредиент №2

- ▶ Правила суммы и произведения
- ▶ Чётность / нечётность

Оценка — ингредиент №3

- ▶ Узкие места, принцип Дирихле
- ▶ Аналитические свойства функций



Комбинаторный «коктейль»:

Процесс — ингредиент №1

- ▶ Алгоритм, спуск, индукция
- ▶ Состояние (инварианты и полуинварианты)
- ▶ Дискретная (и континуальная) непрерывность

Подсчёт — ингредиент №2

- ▶ Правила суммы и произведения
- ▶ Чётность / нечётность

Оценка — ингредиент №3

- ▶ Узкие места, принцип Дирихле
- ▶ Аналитические свойства функций

Трюк — ингредиент №4

- ▶ Новая точка зрения
- ▶ Хитрая конструкция



Ингредиент №1: ПРОЦЕСС



$2n$ точек на плоскости

$\Rightarrow \exists$ прямая, делящая их пополам



граф без треугольников \rightarrow двудольный
количество рёбер \nearrow



король обходит край доски по порядку!

Ингредиент №2: ПОДСЧЁТ



a , b , c и d точек

сколько разноцветных треугольников?



полный двудольный граф $K_{l,m}$

сколько в нём рёбер?



король: белое $\rightarrow ? \rightarrow ? \rightarrow \dots \rightarrow ? \rightarrow$ чёрное

\Rightarrow был ход длины 1

Ингредиент №3: ОЦЕНКА

$4n$ точек на плоскости



$\Rightarrow \exists$ пара прямых, т.ч. $\frac{n}{n} \mid \frac{n}{n}$



двудольный граф на n вершинах

$\Rightarrow \leq \lfloor n^2/4 \rfloor$ рёбер



кругошахматное путешествие

$\Rightarrow \geq 28$ единичных ходов

Ингредиент №4: ТРЮК



$4n$ точек на плоскости

$\Rightarrow \exists$ точка, принадлежащая $2n^3 \triangle$



n человек, среди \forall трёх есть друзья
минимальное число дружб — ?



кругошахматное путешествие
максимальная длина траектории — ?

Удачных занятий математикой!

Шарич В.З.
sharich@mathschool.ru



Фоксфорд



Высшая школа экономики

Национальный исследовательский университет



Математическая
школа



Центр
Педагогического
Мастерства

как бы Литература

«Математический аквариум»

(Уфнаровский В.А.)

«Как решают нестандартные задачи»

(Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К.)

«Математика — это просто, 2.0»

(Мэйсон Дж., Бёртон Л., Стэйси К.)