

## Разное о пройденном

7-8 класс

1. Подберите какой-либо набор цифр на места звездочек в десятичной записи  $\overline{123 * * * 789}$  так, чтобы полученное число...
  - (a) ... делилось на 9.
  - (b) ... делилось на 27.
2. Среди всех пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих уравнению  $3x + 13y = 1$ , найдите хотя бы одну такую, для которой
  - (a) ...  $|xy| > 10^6$ .
  - (b) ...  $|x| + |y| > 10^6$ .
3. Дан граф. Докажите, что можно в каждой вершине вписать по натуральному числу так, чтобы в соединённых вершинах были написаны не взаимно простые числа, а в не содинённых — взаимно простые. Решите задачу для...
  - (a) ... графа, нарисованного на доске.
  - (b) ... произвольного графа.
4. Какое наименьшее число рёбер может быть в связном графе на  $n$  вершинах?
5. Какое наибольшее число рёбер может быть в несвязном графе на  $n$  вершинах без кратных рёбер и петель?
6. На плоскости даны прямые  $p$  и  $q$ . Найдите в этой же плоскости геометрическое место точек  $M$  таких, что  $d_p(M) : d_q(M) = 2 : 3$ .
7. На окружности  $\omega$  отмечены точки  $A$  и  $B$ . Найдите геометрическое место точек пересечения медиан всевозможных треугольников  $ABC$ , где  $C \in \omega$ .
8. По линиям сетки построен прямоугольник  $1001 \times 2001$ . Можно ли в прямоугольнике провести по линиям сетки замкнутую ломаную, которая ровно один раз проходила бы через каждый узел сетки, расположенный внутри или на границе прямоугольника? Если можно, то какова её длина? А если размеры прямоугольника  $1000 \times 2000$ ?
9. В каждой клетке квадрата  $8 \times 8$  клеток проведена одна из диагоналей. Объединение этих 64 диагоналей состоит из нескольких связных частей. Может ли количество этих частей быть больше 15? а больше 20?

## Разное о пройденном

7-8 класс

1. Подберите какой-либо набор цифр на места звездочек в десятичной записи  $\overline{123 * * * 789}$  так, чтобы полученное число...
  - (a) ... делилось на 9.
  - (b) ... делилось на 27.
2. Среди всех пар целых чисел  $(x, y)$ , удовлетворяющих уравнению  $3x + 13y = 1$ , найдите хотя бы одну такую, для которой
  - (a) ...  $|xy| > 10^6$ .
  - (b) ...  $|x| + |y| > 10^6$ .
3. Дан граф. Докажите, что можно в каждой вершине вписать по натуральному числу так, чтобы в соединённых вершинах были написаны не взаимно простые числа, а в не содинённых — взаимно простые. Решите задачу для...
  - (a) ... графа, нарисованного на доске.
  - (b) ... произвольного графа.
4. Какое наименьшее число рёбер может быть в связном графе на  $n$  вершинах?
5. Какое наибольшее число рёбер может быть в несвязном графе на  $n$  вершинах без кратных рёбер и петель?
6. На плоскости даны прямые  $p$  и  $q$ . Найдите в этой же плоскости геометрическое место точек  $M$  таких, что  $d_p(M) : d_q(M) = 2 : 3$ .
7. На окружности  $\omega$  отмечены точки  $A$  и  $B$ . Найдите геометрическое место точек пересечения медиан всевозможных треугольников  $ABC$ , где  $C \in \omega$ .
8. По линиям сетки построен прямоугольник  $1001 \times 2001$ . Можно ли в прямоугольнике провести по линиям сетки замкнутую ломаную, которая ровно один раз проходила бы через каждый узел сетки, расположенный внутри или на границе прямоугольника? Если можно, то какова её длина? А если размеры прямоугольника  $1000 \times 2000$ ?
9. В каждой клетке квадрата  $8 \times 8$  клеток проведена одна из диагоналей. Объединение этих 64 диагоналей состоит из нескольких связных частей. Может ли количество этих частей быть больше 15? а больше 20?